1. Test zu Lineare Algebra und Geometrie I

Peter Eichelsbacher

Wintersemester 2006/2007

Übungsgruppe / Kennzeichen für Rückgabe:

	Zutreffendes bitte ankreuzen!
Es seien A, B und C mathematische Aussagen, für die $A \Rightarrow B$ und $B \Rightarrow C$ gilt. Welche der folgenden Implikationen sind dann richtig?	☒ $A \Rightarrow C$ ☐ $\neg A \Rightarrow \neg C$ ☐ $C \Rightarrow A$.
Welche der folgenden Aussagen ist falsch? Die Abbildung $id_M : M \to M,\ x \mapsto x$, ist stets	☐ surjektiv ☐ injektiv ☒ konstant.
Es sei $f : X \to Y$ eine Abbildung. Welche der folgenden Aussagen bedeutet, dass f surjektiv ist?	☐ $f^{-1}(Y) = X$ ☒ $f(X) = Y$ ☐ $f^{-1}(X) = Y$.
Es sei $n \geq 1$. Dann besteht $\mathbb{R}^n$ aus	☐ n reellen Zahlen ☒ n-Tupeln reeller Zahlen ☐ n-Tupeln von Vektoren.
Welche der folgenden Aussagen ist kein Axiom aus der Liste der Axiome eines reellen Vektorraums V:	☐ Für alle $x, y \in V$ gilt $x + y = y + x$. ☐ Für alle $x, y, z \in V$ gilt $(x + y) + z = x + (y + z)$. ☒ Für alle $x, y, z \in V$ gilt $(xy)z = x(yz)$.
Die skalare Multiplikation ist in einem K-Vektorraum V durch eine Abbildung $\cdots$ gegeben:	☐ $V \times V \to K$ ☒ $K \times V \to V$ ☐ $K \times K \to K$
Welche der folgenden Aussagen ist richtig: Ist V ein K-Vektorraum, so ist	☒ $\{x + y \mid x \in V, y \in V\} = V$ ☐ $\{x + y \mid x \in V, y \in V\} = V \times V$ ☐ $\{\lambda v \mid \lambda \in K, v \in V\} = K \times V$.
Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an.	☐ Jedes lineare Gleichungssystem hat mindestens eine Lösung. ☒ Jedes homogene lineare Gleichungssystem der Form $Ax = 0$ hat mindestens eine Lösung. ☐ Jedes inhomogene lineare Gleichungssystem der Form $Ax = b$ hat höchstens eine Lösung.
Die Matrizen A und B seien über einem Körper K definiert. Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an.	☐ Wenn $A \cdot B$ definiert ist, dann auch $B \cdot A$. ☐ Wenn $A \cdot B$ und $B \cdot A$ definiert sind, dann ist $A \cdot B \neq B \cdot A$. ☐ Wenn A und B verschieden von der Nullmatrix sind, dann ist auch $A \cdot B$ verschieden von der Nullmatrix.
Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an.	☒ $(\mathbb{Z}, \cdot)$ ist eine abelsche Halbgruppe. ☐ $(\mathbb{Z}_n \setminus \{[0]\}, \cdot)$ ist eine Gruppe. ☒ $(\mathbb{Z}_p, +, \cdot)$ ist ein Körper für p Primzahl.
Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an.	☐ Die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ist invertierbar. ☐ Es gibt reguläre quadratische Matrizen, die nicht invertierbar sind. ☒ Es gilt $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$. ☒ Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ist regulär.